Cours de terminale S
Les nombres complexes

V. B. J. D. S. B.

Lycée des EK

28 novembre 2019

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés . . . .
. . . .

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble . . . .

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que . . . .

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que $i^2 = -1$;

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que $i^2 = -1$;
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui suivent des règles de calcul ....

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que $i^2 = -1$;
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui suivent des règles de calcul analogues à celles dans l'ensemble $\mathbb{R}$;

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que $i^2 = -1$;
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui suivent des règles de calcul analogues à celles dans l'ensemble $\mathbb{R}$;
- tout nombre complexe z s'écrit de manière unique sous la forme ....

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que $i^2 = -1$;
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui suivent des règles de calcul analogues à celles dans l'ensemble $\mathbb{R}$;
- tout nombre complexe z s'écrit de manière unique sous la forme $z = a + bi$

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que $i^2 = -1$;
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui suivent des règles de calcul analogues à celles dans l'ensemble $\mathbb{R}$;
- tout nombre complexe z s'écrit de manière unique sous la forme $z = a + bi$ où a et b sont deux réels. Cette écriture est appelée la . . . .

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que $i^2 = -1$;
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui suivent des règles de calcul analogues à celles dans l'ensemble $\mathbb{R}$;
- tout nombre complexe z s'écrit de manière unique sous la forme $z = a + bi$ où a et b sont deux réels. Cette écriture est appelée la forme algébrique de z

Définition

Il existe un ensemble, noté $\mathbb{C}$, d'éléments appelés nombres complexes, tels que :

- $\mathbb{C}$ contient l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels ;
- $\mathbb{C}$ contient un élément i tel que $i^2 = -1$;
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui suivent des règles de calcul analogues à celles dans l'ensemble $\mathbb{R}$;
- tout nombre complexe z s'écrit de manière unique sous la forme $z = a + bi$ où a et b sont deux réels. Cette écriture est appelée la forme algébrique de z.

- On dit que le réel a est la . . . .

- On dit que le réel a est la partie réelle

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note ....

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note $a = \mathcal{R}e(z)$

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note $a = \mathcal{R}e(z)$.
- On dit que b est la . . . .

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note $a = \mathcal{R}e(z)$.
- On dit que b est la partie imaginaire

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note $a = \mathcal{R}e(z)$.
- On dit que b est la partie imaginaire de z et on la note $\dots\dots\dots$

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note $a = \mathcal{R}e(z)$.
- On dit que b est la partie imaginaire de z et on la note $b = \mathcal{I}m(z)$

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note $a = \mathcal{R}e(z)$.
- On dit que b est la partie imaginaire de z et on la note $b = \mathcal{I}m(z)$.
- Tout nombre complexe de la forme $z = bi$ (b réel) est appelé ....

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note $a = \mathcal{R}e(z)$.
- On dit que b est la partie imaginaire de z et on la note $b = \mathcal{I}m(z)$.
- Tout nombre complexe de la forme $z = bi$ (b réel) est appelé imaginaire pur

- On dit que le réel a est la partie réelle de z et on la note $a = \mathcal{R}e(z)$.
- On dit que b est la partie imaginaire de z et on la note $b = \mathcal{I}m(z)$.
- Tout nombre complexe de la forme $z = bi$ (b réel) est appelé imaginaire pur.

- Dire que le nombre complexe z est réel équivaut à dire que ....

- Dire que le nombre complexe z est réel équivaut à dire que $\mathcal{I}m(z) = 0$

- Dire que le nombre complexe z est réel équivaut à dire que $\mathcal{I}m(z) = 0$.
- Dire que le nombre complexe z est imaginaire pur équivaut à dire que . . . .

- Dire que le nombre complexe z est réel équivaut à dire que $\mathcal{I}m(z) = 0$.
- Dire que le nombre complexe z est imaginaire pur équivaut à dire que $\mathcal{R}e(z) = 0$

- Dire que le nombre complexe z est réel équivaut à dire que $\mathcal{I}m(z) = 0$.
- Dire que le nombre complexe z est imaginaire pur équivaut à dire que $\mathcal{R}e(z) = 0$.

- Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont ....

- Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même partie réelle et même partie imaginaire

- Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même partie réelle et même partie imaginaire :

$$a + bi = a' + b'i \iff \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

- Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même partie réelle et même partie imaginaire :

$$a + bi = a' + b'i \Longleftrightarrow a = a' \text{ et } b = b'$$

- Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même partie réelle et même partie imaginaire :

$$a + bi = a' + b'i \iff a = a' \text{ et } b = b'$$

- En particulier :

$$a + bi = 0 \iff \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

- Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même partie réelle et même partie imaginaire :

$$a + bi = a' + b'i \iff a = a' \text{ et } b = b'$$

- En particulier :

$$a + bi = 0 \iff a = 0 \text{ et } b = 0$$

- Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même partie réelle et même partie imaginaire :

$$a + bi = a' + b'i \Longleftrightarrow a = a' \text{ et } b = b'$$

- En particulier :

$$a + bi = 0 \Longleftrightarrow a = 0 \text{ et } b = 0$$

Grâce aux propriétés de l'ensemble $\mathbb{C}$, on calcule dans $\mathbb{C}$ comme dans $\mathbb{R}$, en tenant compte de $i^2 = -1$. Ainsi, en notant $z = a + bi$ et $z' = a' + b'i$, on a :

- somme : $z + z' = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Grâce aux propriétés de l'ensemble $\mathbb{C}$, on calcule dans $\mathbb{C}$ comme dans $\mathbb{R}$, en tenant compte de $i^2 = -1$. Ainsi, en notant $z = a + bi$ et $z' = a' + b'i$, on a :

- somme : $z + z' = (a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i$

Grâce aux propriétés de l'ensemble $\mathbb{C}$, on calcule dans $\mathbb{C}$ comme dans $\mathbb{R}$, en tenant compte de $i^2 = -1$. Ainsi, en notant $z = a + bi$ et $z' = a' + b'i$, on a :

- somme : $z + z' = (a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i$.
- produit : $zz' = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Grâce aux propriétés de l'ensemble $\mathbb{C}$, on calcule dans $\mathbb{C}$ comme dans $\mathbb{R}$, en tenant compte de $i^2 = -1$. Ainsi, en notant $z = a + bi$ et $z' = a' + b'i$, on a :

- somme : $z + z' = (a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i$.
- produit : $zz' = (a + bi)(a' + b'i) = aa' + ab'i + a'bi + bb'i^2 = (aa' - bb') + (ab' + a'b)i$

Grâce aux propriétés de l'ensemble $\mathbb{C}$, on calcule dans $\mathbb{C}$ comme dans $\mathbb{R}$, en tenant compte de $i^2 = -1$. Ainsi, en notant $z = a + bi$ et $z' = a' + b'i$, on a :

- somme : $z + z' = (a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i$.
- produit : $zz' = (a + bi)(a' + b'i) = aa' + ab'i + a'bi + bb'i^2 = (aa' - bb') + (ab' + a'b)i$.

• identités remarquables : elles restent valables dans $\mathbb{R}$, en particulier :

$$(a+bi)(a-bi) = \dots\dots\dots$$

- identités remarquables : elles restent valables dans $\mathbb{R}$, en particulier :

$$(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$$

- identités remarquables : elles restent valables dans $\mathbb{R}$, en particulier :

$$(a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$$

- inverse : si $z \neq 0$, $\quad \dfrac{1}{z} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

- identités remarquables : elles restent valables dans $\mathbb{R}$, en particulier :

$$(a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$$

- inverse : si $z \neq 0$, $\frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2+b^2}$

- identités remarquables : elles restent valables dans $\mathbb{R}$, en particulier :

$$(a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$$

- inverse : si $z \neq 0$, $\quad \dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{a+bi} = \dfrac{a-bi}{a^2+b^2}$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $\ldots\ldots$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $a - bi$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $a - bi$. On le note $\overline{z}$.

Exemples :
Si $z = 2 + 6i$, alors $\overline{z} = \ldots\ldots$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $a - bi$. On le note $\overline{z}$.

Exemples :
Si $z = 2 + 6i$, alors $\overline{z} = 2 - 6i$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $a - bi$. On le note $\overline{z}$.

Exemples :
Si $z = 2 + 6i$, alors $\overline{z} = 2 - 6i$; si $z = 4$ alors $\overline{z} = \ldots$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $a - bi$. On le note $\overline{z}$.

Exemples :
Si $z = 2 + 6i$, alors $\overline{z} = 2 - 6i$; si $z = 4$ alors $\overline{z} = 4$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $a - bi$. On le note $\overline{z}$.

Exemples :
Si $z = 2 + 6i$, alors $\overline{z} = 2 - 6i$; si $z = 4$ alors $\overline{z} = 4$; si $z = -2i$ alors $\overline{z} = \ldots$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $a - bi$. On le note $\overline{z}$.

Exemples :
Si $z = 2 + 6i$, alors $\overline{z} = 2 - 6i$; si $z = 4$ alors $\overline{z} = 4$; si $z = -2i$ alors $\overline{z} = 2i$

Définition

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + bi$ est le nombre complexe $a - bi$. On le note $\overline{z}$.

Exemples :
Si $z = 2 + 6i$, alors $\overline{z} = 2 - 6i$; si $z = 4$ alors $\overline{z} = 4$; si $z = -2i$ alors $\overline{z} = 2i$.

Conséquence :
si $z = a + bi$, alors $z + \overline{z} = 2a$ et $z - \overline{z} = 2bi$, d'où :

$$z + \overline{z} = \ldots\ldots \qquad \text{et} \qquad z - \overline{z} = \ldots\ldots$$

Conséquence :
si $z = a + bi$, alors $z + \overline{z} = 2a$ et $z - \overline{z} = 2bi$, d'où :

$$z + \overline{z} = 2\mathcal{R}e(z) \qquad \text{et} \qquad z - \overline{z} = 2i\mathcal{I}m(z)$$

Conséquence :
si $z = a + bi$, alors $z + \overline{z} = 2a$ et $z - \overline{z} = 2bi$, d'où :

$$z + \overline{z} = 2\mathcal{R}e(z) \qquad \text{et} \qquad z - \overline{z} = 2i\mathcal{I}m(z)$$

Il en résulte que :
- "Le nombre complexe z est réel" équivaut à "$z = \ldots$"

Conséquence :
si $z = a + bi$, alors $z + \overline{z} = 2a$ et $z - \overline{z} = 2bi$, d'où :

$$z + \overline{z} = 2\mathcal{R}e(z) \qquad \text{et} \qquad z - \overline{z} = 2i\mathcal{I}m(z)$$

Il en résulte que :
- "Le nombre complexe z est réel" équivaut à "$z = \overline{z}$ "

Conséquence :
si $z = a + bi$, alors $z + \overline{z} = 2a$ et $z - \overline{z} = 2bi$, d'où :

$$z + \overline{z} = 2\mathcal{R}e(z) \qquad \text{et} \qquad z - \overline{z} = 2i\mathcal{I}m(z)$$

Il en résulte que :
- "Le nombre complexe z est réel" équivaut à "$z = \overline{z}$ ".
- "Le nombre complexe z est imaginaire pur" équivaut à "$z + \overline{z} = \ldots$"

Conséquence :
si $z = a + bi$, alors $z + \overline{z} = 2a$ et $z - \overline{z} = 2bi$, d'où :

$$z + \overline{z} = 2\mathcal{R}e(z) \qquad \text{et} \qquad z - \overline{z} = 2i\mathcal{I}m(z)$$

Il en résulte que :
- "Le nombre complexe z est réel" équivaut à "$z = \overline{z}$ ".
- "Le nombre complexe z est imaginaire pur" équivaut à "$z + \overline{z} = 0$ "

Conséquence :
si $z = a + bi$, alors $z + \overline{z} = 2a$ et $z - \overline{z} = 2bi$, d'où :

$$z + \overline{z} = 2\mathcal{R}e(z) \qquad \text{et} \qquad z - \overline{z} = 2i\mathcal{I}m(z)$$

Il en résulte que :
- "Le nombre complexe z est réel" équivaut à "$z = \overline{z}$ ".
- "Le nombre complexe z est imaginaire pur" équivaut à "$z + \overline{z} = 0$ ".

Propriétés

$$\overline{z + z'} = \ldots\ldots$$

Propriétés

$$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\qquad \overline{zz'} = \ldots\ldots$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$.

$\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \ldots\ldots$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \dots$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$. et $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \dots$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$. et $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$. et $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$.

Remarque

$\overline{\overline{z}} = \dots$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$. et $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$.

Remarque

$\overline{\overline{z}} = z$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$. et $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$.

Remarque

$\overline{\overline{z}} = z$ $z\overline{z} = \ldots\ldots$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$. et $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$.

Remarque

$\overline{\overline{z}} = z$ $z\overline{z} = a^2 + b^2$

Propriétés

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$. $\overline{zz'} = \overline{z} \times \overline{z'}$. $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ pour tout naturel n.

si $z' \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$. et $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$.

Remarque

$\overline{\overline{z}} = z$ $z\overline{z} = a^2 + b^2$

Théorème

Dans $\mathbb{C}$, l'équation $az^2 + bz + c = 0$, $a \neq 0$, a, b, c réels, a toujours des solutions.

On note Δ le discriminant de cette équation :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- si $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions réelles :

$$z_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{et } z_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Théorème

Dans $\mathbb{C}$, l'équation $az^2 + bz + c = 0$, $a \neq 0$, a, b, c réels, a toujours des solutions.

On note Δ le discriminant de cette équation :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- si $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions réelles :

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Théorème

Dans $\mathbb{C}$, l'équation $az^2 + bz + c = 0$, $a \neq 0$, a, b, c réels, a toujours des solutions.

On note Δ le discriminant de cette équation :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- si $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions réelles :

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, l'équation a une solution double réelle :

$$z_1 = z_2 = \ldots\ldots$$

- si $\Delta = 0$, l'équation a une solution double réelle :

$$z_1 = z_2 = \frac{-b}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, l'équation a une solution double réelle :

$$z_1 = z_2 = \frac{-b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, l'équation a deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ et } z_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ avec } z_2 = \ldots$$

- si $\Delta = 0$, l'équation a une solution double réelle :

$$z_1 = z_2 = \frac{-b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, l'équation a deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ avec } z_2 = \overline{z_1}$$

- si $\Delta = 0$, l'équation a une solution double réelle :

$$z_1 = z_2 = \frac{-b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, l'équation a deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ avec } z_2 = \overline{z_1}$$

Conséquence

Dans $\mathbb{C}$, le trinôme $az^2 + bz + c$ se factorise toujours sous la forme : $az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - z_2)$.

Démonstration

On écrit le trinôme $az^2 + bz + c$ sous la forme canonique :

$$az^2 + bz + c = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Démonstration

On écrit le trinôme $az^2 + bz + c$ sous la forme canonique :

$$az^2+bz+c = a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right] = a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Démonstration
On écrit le trinôme $az^2 + bz + c$ sous la forme canonique :

$$az^2+bz+c = a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right] = a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Puisque $a \neq 0$, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $az^2 + bz + c = 0$, c'est résoudre l'équation

. . . .

Démonstration

On écrit le trinôme $az^2 + bz + c$ sous la forme canonique :

$$az^2+bz+c = a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right] = a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Puisque $a \neq 0$, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $az^2 + bz + c = 0$, c'est résoudre l'équation

$$\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0$$

Démonstration

On écrit le trinôme $az^2 + bz + c$ sous la forme canonique :

$$az^2+bz+c = a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right] = a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Puisque $a \neq 0$, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $az^2 + bz + c = 0$, c'est résoudre l'équation

$$\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0$$

- si $\Delta > 0$ ou si $\Delta = 0$, on sait que l'équation a deux solutions dans $\mathbb{R}$ et deux seulement (distinctes ou égales). Elle a donc deux solutions complexes et deux seulement puisque $\mathbb{R}$ est inclus dans $\mathbb{C}$.

- si $\Delta < 0$, alors $\sqrt{-\Delta}$ existe et avec $i^2 = -1$, on a

. . . .

- si $\Delta < 0$, alors $\sqrt{-\Delta}$ existe et avec $i^2 = -1$, on a $(i\sqrt{-\Delta})^2 = \Delta$.

- si $\Delta < 0$, alors $\sqrt{-\Delta}$ existe et avec $i^2 = -1$, on a $(i\sqrt{-\Delta})^2 = \Delta$. Donc :

. . . .

. . . .

- si $\Delta < 0$, alors $\sqrt{-\Delta}$ existe et avec $i^2 = -1$, on a $(i\sqrt{-\Delta})^2 = \Delta$. Donc :

$$\left(z + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = \left(z + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)^2$$

$$= \left(z + \frac{b}{2a} - \frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)\left(z + \frac{b}{2a} + \frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)$$

- si $\Delta < 0$, alors $\sqrt{-\Delta}$ existe et avec $i^2 = -1$, on a $(i\sqrt{-\Delta})^2 = \Delta$. Donc :

$$\left(z + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = \left(z + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)^2$$
$$= \left(z + \frac{b}{2a} - \frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)\left(z + \frac{b}{2a} + \frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)$$

Ainsi l'équation a deux solutions :

$z_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ et $z_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ avec $z_2 = \overline{z_1}$.

- si $\Delta < 0$, alors $\sqrt{-\Delta}$ existe et avec $i^2 = -1$, on a $(i\sqrt{-\Delta})^2 = \Delta$. Donc :

$$\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = \left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)^2$$
$$= \left(z+\frac{b}{2a}-\frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)\left(z+\frac{b}{2a}+\frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)$$

Ainsi l'équation a deux solutions :

$$z_1 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{et } z_2 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{avec } z_2 = \overline{z_1}.$$

- si $\Delta < 0$, alors $\sqrt{-\Delta}$ existe et avec $i^2 = -1$, on a $(i\sqrt{-\Delta})^2 = \Delta$. Donc :

$$\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}=\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)^2$$

$$=\left(z+\frac{b}{2a}-\frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)\left(z+\frac{b}{2a}+\frac{i\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)$$

Ainsi l'équation a deux solutions :

$$z_1=\frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{et } z_2=\frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{avec } z_2=\overline{z_1}.$$

Exemple :

Résoudre dans l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

On calcule le discriminant :

$\Delta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exemple :
Résoudre dans l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

On calcule le discriminant :
$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 153 = -2304 = (48i)^2$.

Exemple :
Résoudre dans l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

On calcule le discriminant :
$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 153 = -2304 = (48i)^2$.

L'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{ et } z_2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Exemple :
Résoudre dans l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

On calcule le discriminant :
$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 153 = -2304 = (48i)^2$.

L'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{12 - 48i}{8} = \frac{3}{2} - 6i \text{ et } z_2 = \frac{12 + 48i}{8} = \frac{3}{2} + 6i$$

Exemple :
Résoudre dans l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

On calcule le discriminant :
$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 153 = -2304 = (48i)^2$.

L'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{12 - 48i}{8} = \frac{3}{2} - 6i \text{ et } z_2 = \frac{12 + 48i}{8} = \frac{3}{2} + 6i$$

$$S = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exemple :
Résoudre dans l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

On calcule le discriminant :
$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 153 = -2304 = (48i)^2$.

L'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{12 - 48i}{8} = \frac{3}{2} - 6i \text{ et } z_2 = \frac{12 + 48i}{8} = \frac{3}{2} + 6i$$

$$S = \{\frac{3}{2} - 6i; \frac{3}{2} + 6i\}$$

Exemple :
Résoudre dans l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

On calcule le discriminant :
$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 153 = -2304 = (48i)^2$.

L'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{12 - 48i}{8} = \frac{3}{2} - 6i \text{ et } z_2 = \frac{12 + 48i}{8} = \frac{3}{2} + 6i$$

$$S = \{\frac{3}{2} - 6i; \frac{3}{2} + 6i\}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

- à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ appelés . . . .

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

- à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ appelés point image

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

- à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ appelés point image et ....

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

- à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ appelés point image et vecteur image

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

- à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ appelés point image et vecteur image de z.

- à tout point $M(a; b)$ et à tout vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ on associe le nombre complexe $z = a + bi$, appelé ....

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

- à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ appelés point image et vecteur image de z.

- à tout point $M(a; b)$ et à tout vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ on associe le nombre complexe $z = a + bi$, appelé affixe de M

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

• à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ appelés point image et vecteur image de z.

• à tout point $M(a; b)$ et à tout vecteur $\vec{w}\,(a; b)$ on associe le nombre complexe $z = a + bi$, appelé affixe de M et . . . .

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

- à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\ (a; b)$ appelés point image et vecteur image de z.

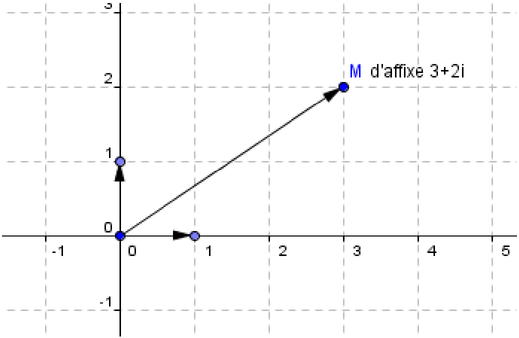
- à tout point $M(a; b)$ et à tout vecteur $\vec{w}\ (a; b)$ on associe le nombre complexe $z = a + bi$, appelé affixe de M et affixe de $\vec{w}$.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$:

- à tout complexe $z = a + bi$ avec a et b réels, on associe le point $M(a; b)$ et le vecteur $\vec{w}\ (a; b)$ appelés point image et vecteur image de z.

- à tout point $M(a; b)$ et à tout vecteur $\vec{w}\ (a; b)$ on associe le nombre complexe $z = a + bi$, appelé affixe de M et affixe de $\vec{w}$.

Le plan est alors appelé plan complexe.


M d'affixe 3+2i
3
2
1
0
-1
-1
0
1
2
3
4
5

- Le point image d'un réel appartient à l'......................

- Le point image d'un réel appartient à l'axe des abscisses.

- Le point image d'un réel appartient à l'axe des abscisses. Dans le plan complexe, l'axe des abscisses est appelé axe . . . .

- Le point image d'un réel appartient à l'axe des abscisses. Dans le plan complexe, l'axe des abscisses est appelé axe des réels.

- Le point image d'un réel appartient à l'axe des abscisses. Dans le plan complexe, l'axe des abscisses est appelé axe des réels.
- Le point image d'un imaginaire pur appartient à l'. . . . .

- Le point image d'un réel appartient à l'axe des abscisses. Dans le plan complexe, l'axe des abscisses est appelé axe des réels.
- Le point image d'un imaginaire pur appartient à l'axe des ordonnées.

- Le point image d'un réel appartient à l'axe des abscisses. Dans le plan complexe, l'axe des abscisses est appelé axe des réels.
- Le point image d'un imaginaire pur appartient à l'axe des ordonnées. Dans le plan complexe, l'axe des ordonnées est appelé axe des . . . .

- Le point image d'un réel appartient à l'axe des abscisses. Dans le plan complexe, l'axe des abscisses est appelé axe des réels.
- Le point image d'un imaginaire pur appartient à l'axe des ordonnées. Dans le plan complexe, l'axe des ordonnées est appelé axe des imaginaires.

- Le point image d'un réel appartient à l'axe des abscisses. Dans le plan complexe, l'axe des abscisses est appelé axe des réels.
- Le point image d'un imaginaire pur appartient à l'axe des ordonnées. Dans le plan complexe, l'axe des ordonnées est appelé axe des imaginaires.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B.
Alors :

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe ....

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B.
Alors :

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B.
Alors :

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$.
- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour affixe ....

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B.
Alors :

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$.
- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour affixe $z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2}$.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B.
Alors :

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$.
- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour affixe $z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2}$.

On considère les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{w'}$ d'affixes respectives z et z', et le réel λ.

- $\vec{w} + \vec{w'}$ a pour affixe ....

On considère les vecteurs $\overrightarrow{w}$ et $\overrightarrow{w'}$ d'affixes respectives z et z', et le réel λ.

- $\overrightarrow{w} + \overrightarrow{w'}$ a pour affixe $z + z'$.

On considère les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{w'}$ d'affixes respectives z et z', et le réel λ.

- $\vec{w} + \vec{w'}$ a pour affixe $z + z'$.
- $\lambda \vec{w}$ a pour affixe ......

On considère les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{w'}$ d'affixes respectives z et z', et le réel λ.

- $\vec{w} + \vec{w'}$ a pour affixe $z + z'$.
- $\lambda \vec{w}$ a pour affixe λz.

On considère les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{w'}$ d'affixes respectives z et z', et le réel λ.

- $\vec{w} + \vec{w'}$ a pour affixe $z + z'$.
- $\lambda \vec{w}$ a pour affixe λz.

Preuve :
Il s'agit simplement d'une autre écriture des propriétés déjà connues pour les coordonnées.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est ....

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est la distance OM : $|z| = OM$.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est la distance OM : $|z| = OM$.
Si z est non nul, on appelle **argument** de z, noté $\arg(z)$, toute mesure en radian de ....
....

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

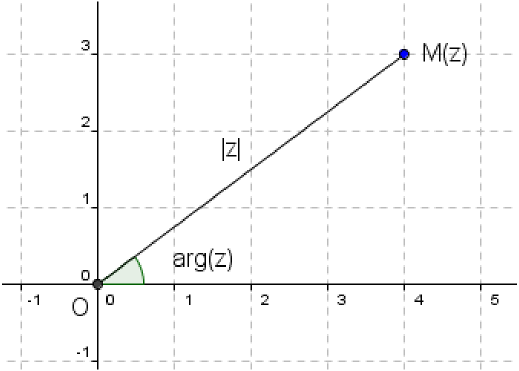
Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est la distance OM : $|z| = OM$.
Si z est non nul, on appelle **argument** de z, noté $\arg(z)$, toute mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$:
$\arg(z) = (\vec{u}; \overrightarrow{OM}) \quad (2\pi)$.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est la distance OM : $|z| = OM$.
Si z est non nul, on appelle **argument** de z, noté $\arg(z)$, toute mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$:
$\arg(z) = (\vec{u}; \overrightarrow{OM}) \quad (2\pi)$.


3
2
1
0
-1
-1
O
0
1
2
3
4
5
M(z)
|z|
arg(z)

Exemples

$$|i| = \ldots \qquad \arg(i) = \ldots \quad (2\pi)$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

$$|-3| = \ldots \qquad \arg(-3) = \ldots \quad (2\pi)$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

$$|-3| = 3 \qquad \arg(-3) = \pi \quad (2\pi)$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

$$|-3| = 3 \qquad \arg(-3) = \pi \quad (2\pi)$$

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = \dots\dots\dots\dots\dots$

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\bar{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\bar{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = \dots\dots\dots$

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\bar{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\bar{z}| = |z|$.

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\bar{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\bar{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, si et seulement si . . . .

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, si et seulement si $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$.

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, si et seulement si $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$.
- z est un imaginaire pur, $(z \neq 0)$, si et seulement si

. . . .

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, si et seulement si $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$.
- z est un imaginaire pur, $(z \neq 0)$, si et seulement si $\arg(z) = \frac{\pi}{2} \quad (\pi)$.

Propriétés

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, si et seulement si $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$.
- z est un imaginaire pur, $(z \neq 0)$, si et seulement si $\arg(z) = \frac{\pi}{2} \quad (\pi)$.

Définition

Tout nombre complexe non nul s'écrit sous la forme suivante, dite ....

Définition

Tout nombre complexe non nul s'écrit sous la forme suivante, dite forme trigonométrique

Définition

Tout nombre complexe non nul s'écrit sous la forme suivante, dite forme trigonométrique :

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta) \quad \text{avec} \quad r = |z| \text{ et } \theta = \arg(z) \quad (2\pi)$$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \dots\dots\dots$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\sin\theta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2+b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.
- Si la forme trigonométrique de z est $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, alors sa forme algébrique est : $z = a + bi$ avec $a = \ldots\ldots$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- Si la forme trigonométrique de z est $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, alors sa forme algébrique est : $z = a + bi$ avec $a = r\cos\theta$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.
- Si la forme trigonométrique de z est $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, alors sa forme algébrique est : $z = a + bi$ avec $a = r\cos\theta$ et $b = \ldots\ldots$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2+b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

- Si la forme trigonométrique de z est $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, alors sa forme algébrique est : $z = a + bi$ avec $a = r\cos\theta$ et $b = r\sin\theta$.

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- Si la forme trigonométrique de z est $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, alors sa forme algébrique est : $z = a + bi$ avec $a = r\cos\theta$ et $b = r\sin\theta$.

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = \ldots\ldots\ldots$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\pi)$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = \ldots$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = \dots\dots\dots \quad (2\pi)$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n\arg(z) \quad (2\pi)$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n \arg(z) \quad (2\pi)$

- Inverse

Module : $\left|\dfrac{1}{z}\right| = \ldots\ldots$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n \arg(z) \quad (2\pi)$

- Inverse

Module : $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n\arg(z) \quad (2\pi)$

- Inverse

Module : $\left|\dfrac{1}{z}\right| = \dfrac{1}{|z|}$ Argument : $\arg(\dfrac{1}{z}) = \ldots\ldots \quad (2\pi)$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n \arg(z) \quad (2\pi)$

- Inverse

Module : $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$ Argument : $\arg(\frac{1}{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n \arg(z) \quad (2\pi)$

- Inverse

Module : $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$ Argument : $\arg(\frac{1}{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dots$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

Argument : $\arg(\dfrac{z}{z'}) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\pi)$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

Argument : $\arg(\dfrac{z}{z'}) = \arg(z) - \arg(z') \quad (2\pi)$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

Argument : $\arg(\dfrac{z}{z'}) = \arg(z) - \arg(z') \quad (2\pi)$

- Somme

Inégalité triangulaire : $|z + z'| \leq \ldots\ldots\ldots$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

Argument : $\arg(\dfrac{z}{z'}) = \arg(z) - \arg(z') \quad (2\pi)$

- Somme

Inégalité triangulaire : $|z + z'| \leq |z| + |z'|$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

Argument : $\arg(\dfrac{z}{z'}) = \arg(z) - \arg(z') \quad (2\pi)$

- Somme

Inégalité triangulaire : $|z+z'| \leq |z| + |z'|$

- Géométrie

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\vec{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \text{ et } \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad (2\pi)$$

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si ....

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0 \quad (\pi)$

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0 \quad (\pi)$

et les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires si et seulement si ....

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0 \quad (\pi)$

et les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \dfrac{\pi}{2} \quad (\pi)$

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0 \quad (\pi)$

et les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \dfrac{\pi}{2} \quad (\pi)$

Tout nombre complexe de module 1 s'écrit $z = \cos\theta + i\sin\theta$ avec $\theta = \arg(z) \ (2\pi)$.

On note f la fonction qui à tout réel θ associe le nombre complexe $f(\theta) = \cos\theta + i\sin\theta$.
On se propose de démontrer que pour tous réels θ et θ', $f(\theta + \theta') = f(\theta) \times f(\theta')$ et $f(0) = 1$.

$$f(\theta) \times f(\theta') = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$f(\theta) \times f(\theta') = [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' + i\sin\theta']$$

$$\begin{aligned} f(\theta) \times f(\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' + i\sin\theta'] \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(\theta) \times f(\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' + i\sin\theta'] \\ &= [\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'] + i[\cos\theta\sin\theta' + \cos\theta'\sin\theta] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(\theta) \times f(\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' + i\sin\theta'] \\ &= [\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'] + i[\cos\theta\sin\theta' + \cos\theta'\sin\theta] \end{aligned}$$

Soit : $f(\theta) \times f(\theta') = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\begin{aligned} f(\theta) \times f(\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' + i\sin\theta'] \\ &= [\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'] + i[\cos\theta\sin\theta' + \cos\theta'\sin\theta] \end{aligned}$$

Soit : $f(\theta) \times f(\theta') = \cos(\theta + \theta') + i\sin(\theta + \theta') = f(\theta + \theta')$

$$\begin{aligned} f(\theta) \times f(\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' + i\sin\theta'] \\ &= [\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'] + i[\cos\theta\sin\theta' + \cos\theta'\sin\theta] \end{aligned}$$

Soit : $f(\theta) \times f(\theta') = \cos(\theta + \theta') + i\sin(\theta + \theta') = f(\theta + \theta')$

De plus, $f(0) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\begin{aligned} f(\theta) \times f(\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' + i\sin\theta'] \\ &= [\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'] + i[\cos\theta\sin\theta' + \cos\theta'\sin\theta] \end{aligned}$$

Soit : $f(\theta) \times f(\theta') = \cos(\theta+\theta') + i\sin(\theta+\theta') = f(\theta+\theta')$

De plus, $f(0) = \cos 0 + i\sin 0 = 1$

$$\begin{aligned} f(\theta) \times f(\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' + i\sin\theta'] \\ &= [\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'] + i[\cos\theta\sin\theta' + \cos\theta'\sin\theta] \end{aligned}$$

Soit : $f(\theta) \times f(\theta') = \cos(\theta + \theta') + i\sin(\theta + \theta') = f(\theta + \theta')$

De plus, $f(0) = \cos 0 + i\sin 0 = 1$

Ainsi, comme la fonction exponentielle, f « transforme les sommes en produits » et $f(0) = 1$.

D'où l'idée de poser ....

Ainsi, comme la fonction exponentielle, f « transforme les sommes en produits » et $f(0) = 1$.

D'où l'idée de poser $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$.

Ainsi, comme la fonction exponentielle, f « transforme les sommes en produits » et $f(0) = 1$.

D'où l'idée de poser $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$.

L'égalité $f(\theta + \theta') = f(\theta) \times f(\theta')$ démontrée s'écrit alors

....

Ainsi, comme la fonction exponentielle, f « transforme les sommes en produits » et $f(0) = 1$.

D'où l'idée de poser $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$.

L'égalité $f(\theta + \theta') = f(\theta) \times f(\theta')$ démontrée s'écrit alors $e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$,

Ainsi, comme la fonction exponentielle, f « transforme les sommes en produits » et $f(0) = 1$.

D'où l'idée de poser $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$.

L'égalité $f(\theta + \theta') = f(\theta) \times f(\theta')$ démontrée s'écrit alors $e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$, ce qui justifie cette notation exponentielle.

Définition

Le complexe de module 1 dont un argument est θ est noté $e^{i\theta}$ avec :

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Définition

Le complexe de module 1 dont un argument est θ est noté $e^{i\theta}$ avec :

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

Définition

Le complexe de module 1 dont un argument est θ est noté $e^{i\theta}$ avec :

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

Exemples

$e^{i\pi} = \dots$

Exemples

$e^{i\pi} = -1$

Exemples

$e^{i\pi} = -1 \;;\quad e^{i\frac{\pi}{2}} = \ldots$

Exemples

$e^{i\pi} = -1$; $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

Exemples

$e^{i\pi} = -1$; $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

Notation exponentielle de la forme trigonométrique

Tout nombre complexe non nul de module r et d'argument θ s'écrit sous la forme suivante, dite ....

Exemples

$e^{i\pi} = -1$; $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

Notation exponentielle de la forme trigonométrique

Tout nombre complexe non nul de module r et d'argument θ s'écrit sous la forme suivante, dite notation exponentielle :

Exemples

$e^{i\pi} = -1$; $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

Notation exponentielle de la forme trigonométrique

Tout nombre complexe non nul de module r et d'argument θ s'écrit sous la forme suivante, dite notation exponentielle :

$$z = re^{i\theta} \quad \text{avec} \quad r = |z| \quad \text{et } \theta = \arg(z) \quad (2\pi)$$

Pour tout réels θ et θ' :

$$\mathrm{e}^{-i\theta} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Pour tout réels θ et θ' :

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

Pour tout réels θ et θ' :

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

$$e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = \ldots\ldots \qquad \left(e^{i\theta}\right)^n = \ldots\ldots$$

Pour tout réels θ et θ' :

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

$$e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')} \qquad \left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$$

Pour tout réels θ et θ' :

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

$$e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')} \qquad \left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$$

$$\frac{1}{e^{i\theta}} = \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = \ldots$$

Pour tout réels θ et θ' :

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

$$e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')} \qquad \left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$$

$$\frac{1}{e^{i\theta}} = e^{-i\theta} = \overline{e^{i\theta}} \qquad \frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$$

Pour tout réels θ et θ' :

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

$$e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')} \qquad \left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$$

$$\frac{1}{e^{i\theta}} = e^{-i\theta} = \overline{e^{i\theta}} \qquad \frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$$

A l'aide de ces formules, on retrouve les formules d'addition et de duplication vues en Première en écrivant les membres de gauche et de droite sous forme trigonométrique :

Par exemple :
$\mathrm{e}^{i(\theta-\theta')} = \mathrm{e}^{i\theta} \times \mathrm{e}^{-i\theta'}$ s'écrit :

....

A l'aide de ces formules, on retrouve les formules d'addition et de duplication vues en Première en écrivant les membres de gauche et de droite sous forme trigonométrique :

Par exemple :
$\mathrm{e}^{i(\theta-\theta')} = \mathrm{e}^{i\theta} \times \mathrm{e}^{-i\theta'}$ s'écrit :
$\cos(\theta - \theta') + i\sin(\theta - \theta') = [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' - i\sin\theta']$

A l'aide de ces formules, on retrouve les formules d'addition et de duplication vues en Première en écrivant les membres de gauche et de droite sous forme trigonométrique :

Par exemple :
$e^{i(\theta-\theta')} = e^{i\theta} \times e^{-i\theta'}$ s'écrit :
$\cos(\theta - \theta') + i\sin(\theta - \theta') = [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' - i\sin\theta']$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

A l'aide de ces formules, on retrouve les formules d'addition et de duplication vues en Première en écrivant les membres de gauche et de droite sous forme trigonométrique :

Par exemple :
$e^{i(\theta-\theta')} = e^{i\theta} \times e^{-i\theta'}$ s'écrit :
$$\cos(\theta-\theta') + i\sin(\theta-\theta') = [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' - i\sin\theta']$$
$$= \cos\theta\cos\theta' - i\cos\theta\sin\theta' + i\sin\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'$$

A l'aide de ces formules, on retrouve les formules d'addition et de duplication vues en Première en écrivant les membres de gauche et de droite sous forme trigonométrique :

Par exemple :
$e^{i(\theta-\theta')} = e^{i\theta} \times e^{-i\theta'}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\cos(\theta-\theta') + i\sin(\theta-\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' - i\sin\theta'] \\ &= \cos\theta\cos\theta' - i\cos\theta\sin\theta' + i\sin\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta' \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

A l'aide de ces formules, on retrouve les formules d'addition et de duplication vues en Première en écrivant les membres de gauche et de droite sous forme trigonométrique :

Par exemple :
$e^{i(\theta-\theta')} = e^{i\theta} \times e^{-i\theta'}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\cos(\theta-\theta') + i\sin(\theta-\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' - i\sin\theta'] \\ &= \cos\theta\cos\theta' - i\cos\theta\sin\theta' + i\sin\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta' \\ &= [\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'] + i[\sin\theta\cos\theta' - \cos\theta\sin\theta']\end{aligned}$$

A l'aide de ces formules, on retrouve les formules d'addition et de duplication vues en Première en écrivant les membres de gauche et de droite sous forme trigonométrique :

Par exemple :

$e^{i(\theta-\theta')} = e^{i\theta} \times e^{-i\theta'}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\cos(\theta-\theta') + i\sin(\theta-\theta') &= [\cos\theta + i\sin\theta] \times [\cos\theta' - i\sin\theta'] \\ &= \cos\theta\cos\theta' - i\cos\theta\sin\theta' + i\sin\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta' \\ &= [\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'] + i[\sin\theta\cos\theta' - \cos\theta\sin\theta']\end{aligned}$$

Ainsi on retrouve bien :
$\cos(\theta - \theta') = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Ainsi on retrouve bien :
$\cos(\theta - \theta') = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'$

Ainsi on retrouve bien :
$\cos(\theta - \theta') = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'$ et
$\sin(\theta - \theta') = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Ainsi on retrouve bien :

$\cos(\theta - \theta') = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'$ et

$\sin(\theta - \theta') = \sin\theta\cos\theta' - \cos\theta\sin\theta'$

Ainsi on retrouve bien :
$\cos(\theta - \theta') = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'$ et
$\sin(\theta - \theta') = \sin\theta\cos\theta' - \cos\theta\sin\theta'$

Autre exemple :
$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

....

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$\cos(2\theta) + i\sin(2\theta) = (\cos\theta + i\sin\theta)^2$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\cos(2\theta) + i\sin(2\theta) = (\cos\theta + i\sin\theta)^2$$
$$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\cos(2\theta) + i\sin(2\theta) = (\cos\theta + i\sin\theta)^2$$
$$= \cos^2\theta + 2i\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta$$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \cos(2\theta) + i\sin(2\theta) &= (\cos\theta + i\sin\theta)^2 \\ &= \cos^2\theta + 2i\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta \\ &= \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\cos(2\theta) + i\sin(2\theta) &= (\cos\theta + i\sin\theta)^2 \\ &= \cos^2\theta + 2i\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta \\ &= \cos^2\theta - \sin^2\theta + i(2\sin\theta\cos\theta)\end{aligned}$$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \cos(2\theta) + i\sin(2\theta) &= (\cos\theta + i\sin\theta)^2 \\ &= \cos^2\theta + 2i\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta \\ &= \cos^2\theta - \sin^2\theta + i(2\sin\theta\cos\theta) \end{aligned}$$

Ainsi on retrouve bien :

$\cos(2\theta) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}
\cos(2\theta) + i\sin(2\theta) &= (\cos\theta + i\sin\theta)^2 \\
&= \cos^2\theta + 2i\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta \\
&= \cos^2\theta - \sin^2\theta + i(2\sin\theta\cos\theta)
\end{aligned}$$

Ainsi on retrouve bien :

$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\cos(2\theta) + i\sin(2\theta) &= (\cos\theta + i\sin\theta)^2 \\ &= \cos^2\theta + 2i\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta \\ &= \cos^2\theta - \sin^2\theta + i(2\sin\theta\cos\theta)\end{aligned}$$

Ainsi on retrouve bien :

$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ et $\sin(2\theta) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\cos(2\theta) + i\sin(2\theta) &= (\cos\theta + i\sin\theta)^2 \\ &= \cos^2\theta + 2i\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta \\ &= \cos^2\theta - \sin^2\theta + i(2\sin\theta\cos\theta)\end{aligned}$$

Ainsi on retrouve bien :

$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ et $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$

Autre exemple :

$e^{i(\theta+\theta)} = e^{2i\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\cos(2\theta) + i\sin(2\theta) &= (\cos\theta + i\sin\theta)^2 \\ &= \cos^2\theta + 2i\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta \\ &= \cos^2\theta - \sin^2\theta + i(2\sin\theta\cos\theta)\end{aligned}$$

Ainsi on retrouve bien :

$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ et $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$