

Durée : 1 heure

**EXERCICE 1 2 points**

Donner la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$z_1 = (2 + 3i)(1 - i); \quad z_2 = (5 - i)^2; \quad z_3 = (3 + 2i)(3 - 2i); \quad z_4 = \frac{5 + 2i}{1 - i}$$

**EXERCICE 2 3 points**On considère les nombres complexes  $z_1 = \frac{3 - i}{5 + 7i}$  et  $z_2 = \frac{3 + i}{5 - 7i}$ .

1. Vérifier que  $z_1 = \overline{z_2}$ .
2. En déduire que  $z_1 + z_2$  est réel et que  $z_1 - z_2$  est imaginaire pur.
3. Calculer  $z_1 + z_2$  et  $z_1 - z_2$ .

**EXERCICE 3 2 points**Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $\frac{z + 1}{z - 1} = 2i$ .**EXERCICE 4 2 points**

1. Développer l'expression  $(1 + z)^4$  en utilisant la formule du binôme.
2. Calculer  $(1 + i)^4$ .

**EXERCICE 5 5 points**On considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_A = -1 + 2i$ ,  $z_B = 2 + 5i$  et  $z_C = 2 - i$ .

1. Placer dans le plan les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .
2. Calculer  $AB$ ,  $AC$  et  $BC$ .
3. Que peut-on dire du triangle  $ABC$  ?
4. Déterminer l'affixe du point  $E$  tel que le quadrilatère  $ABEC$  soit un carré.

**EXERCICE 6 4 points**

1. Écrire la forme algébrique de  $z_1 = \sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$ .
2. Écrire sous forme trigonométrique  $z_2 = 4 - 4i$ .
3. Écrire sous forme trigonométrique  $z_3 = 1 - i\sqrt{3}$ .
4. Écrire sous forme trigonométrique  $z_4 = -\sqrt{6} + i\sqrt{2}$ .

**EXERCICE 7 2 points**Pour  $t \in \mathbb{R}$ , on pose  $z = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} + i \frac{2t}{1 + t^2}$ .Montrer que le module de  $z$  est égal à 1.