Terminale **DEVOIR SURVEILLE 1** 01/10/21

Durée : 1 heure

Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1 2 points

On effectue une division euclidienne avec pour dividende un entier naturel a non nul et pour diviseur 11. Le reste est égal au carré du quotient. Quel peut être le dividende a ?

Exercice 2 4 points

1. Prouver que $6789^{333} \equiv -1$ [5].

2. Démontrer que : $6789^{333} + 3456^{79797}$ est divisible par 5.

Exercice 3 2 points

Déterminer le reste de la division euclidienne de 11^{300} par 9.

Exercice 4 4 points

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $6x \equiv 1$ [8].

2. Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $6x \equiv 1$ [11].

Exercice 5 3 points

On suppose que n est un entier relatif quelconque.

Prouver à l'aide de congruences que la fraction $\dfrac{n+2}{n^2+n-1}$ est irréductible.

Exercice 6 5 points

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $9^n - 4^n$ est divisible par 5.

2. Démontrer en utilisant des congruences que pour tout entier naturel n, $8^n + 6^{2n} - 2$ est divisible par 7.

Terminale | **DEVOIR SURVEILLE 1** | 01/10/21

Durée : 1 heure

Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1 2 points

On effectue une division euclidienne avec pour dividende un entier naturel a non nul et pour diviseur 15. Le reste est égal au carré du quotient. Quel peut être le dividende a ?

Exercice 2 4 points

1. Prouver que $7778^{55555} \equiv 1\ [7]$.

2. Démontrer que : $7778^{55555} + 776^{78787}$ est divisible par 7.

Exercice 3 2 points

Déterminer le reste de la division euclidienne de 68^{500} par 33.

Exercice 4 4 points

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $8x \equiv 1\ [12]$.

2. Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $8x \equiv 1\ [15]$.

Exercice 5 3 points

On suppose que n est un entier relatif quelconque.

Prouver à l'aide de congruences que la fraction $\dfrac{n+1}{n^2+n+1}$ est irréductible.

Exercice 6 5 points

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $7^n - 4^n$ est divisible par 3.

2. Démontrer en utilisant des congruences que pour tout entier naturel n, $6^n + 4^{2n} - 2$ est divisible par 5.

Terminale DEVOIR SURVEILLE 1 01/10/21

Durée : 1 heure

Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1 2 points

On effectue une division euclidienne avec pour dividende un entier naturel a non nul et pour diviseur 13. Le reste est égal au carré du quotient. Quel peut être le dividende a ?

Exercice 2 4 points

1. Prouver que $4321^{77777} \equiv 1\ [5]$.

2. Démontrer que : $4321^{77777} + 1234^{97979}$ est divisible par 5.

Exercice 3 2 points

Déterminer le reste de la division euclidienne de 22^{800} par 5.

Exercice 4 4 points

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $4x \equiv 1\ [6]$.

2. Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $4x \equiv 1\ [7]$.

Exercice 5 3 points

On suppose que n est un entier relatif quelconque.

Prouver à l'aide de congruences que la fraction $\dfrac{n-3}{n^2-2n-2}$ est irréductible.

Exercice 6 5 points

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $9^n - 2^n$ est divisible par 7.

2. Démontrer en utilisant des congruences que pour tout entier naturel n, $6^{2n} + 2^{3n} - 2$ est divisible par 7.

Terminale | **DEVOIR SURVEILLE 1** | 01/10/21

Durée : 1 heure

Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1 2 points

On effectue une division euclidienne avec pour dividende un entier naturel a non nul et pour diviseur 15. Le reste est égal au carré du quotient. Calculer le dividende a.

Exercice 2 4 points

1. Prouver que $7776^{3333} \equiv -1$ [7].

2. Démontrer que : $7776^{3333} + 778^{57575}$ est divisible par 7.

Exercice 3 2 points

Déterminer le reste de la division euclidienne de 36^{400} par 17.

Exercice 4 4 points

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $4x \equiv 1$ [14].

2. Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $4x \equiv 1$ [15].

Exercice 5 3 points

On suppose que n est un entier relatif quelconque.

Prouver à l'aide de congruences que la fraction $\dfrac{n-2}{n^2-n-1}$ est irréductible.

Exercice 6 5 points

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $7^n - 2^n$ est divisible par 5.

2. Démontrer en utilisant des congruences que pour tout entier naturel n, $11^n + 4^{2n} - 2$ est divisible par 5.