

## Informatique en CPGE (2018-2019) Corrigé

### Question 1

```
def euler(F,t0,y0,tmax,N):
    t,y=t0,y0
    T,Y=[t0],[y0]
    dt=(tmax-t0)/N
    for i in range(N):
        y=y+dt*F(y)
        t=t+dt
        Y.append(y)
        T.append(t)
    return T,Y
```

### Question 2

```
a,m,g,N,v0,t0,tmax=0.29,80,9.81,500,0,0,100

def F(v):
    return a/m*v*v-g

T,V=euler(F,t0,v0,tmax,N)

import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(T,V)
plt.show()
```

### Question 3

```
def Int(T,X):
    s=0
    n=len(T)
    for i in range(n-1):
        s=s+(X[i]+X[i+1])*0.5*(T[i+1]-T[i])
    return s
```

On parcourt la liste une fois avec la boucle for et, à chaque passage dans la boucle, le nombre d'opérations est constant. C'est donc une complexité linéaire.

```
>>> Int(T,V)
-5014.060874808297
```

### Question 4

```
def altitude(tmax):
    T,V=euler(F,t0,v0,tmax,N)
    return Int(T,V)
```

```
>>> altitude(100)
-5014.060874808297
>>> altitude(200)
-10219.253741936573
```

Remarque : ce problème admet une solution exacte qui peut servir à évaluer la méthode numérique :

$$v(t) = -\sqrt{\frac{mg}{\alpha}} \tanh\left(\sqrt{\frac{\alpha g}{m}}t - \arctan\left(\sqrt{\frac{\alpha}{mg}}v_0\right)\right)$$

### Question 5

```
def euler2(G,t0,y0,tmax,N): # y0 est un couple
    t,y=t0,y0
    T,Y=[t0],[y0]
    dt=(tmax-t0)/N
    print(Y[0])
    for i in range(N):
        Z=G(y)
        y=[y[0]+dt*Z[0],y[1]+dt*Z[1]] # y est un couple
        t=t+dt
        Y.append(y)
        T.append(t)
    print(Y[0])
    return T,Y

k=1.39*10**-4
def G(Z): # Z est un couple
    from math import exp
    return [Z[1],a/m*exp(-k*Z[0])*Z[1]**2-g]

T,Z=euler2(G,0,[39000,0],240,1200)
V=[u[0] for u in Z]
plt.plot(T,V)
plt.show() # tracé de la position
W=[u[1] for u in Z]
plt.plot(T,W)
plt.show() # tracé de la vitesse
```

Vitesse maximale atteinte :

```
>>> -min(W)
364.56007663862863 # en m/s
>>> -min(W)*3.6
1312.416275899063 # en Km/h (à vérifier)
```