

Informatique en CPGE (2018-2019)
Exercices : équations différentielles

Exercice 1

1. Ecrire une fonction qui renvoie une valeur approchée de l'intégrale d'une fonction f entre a et b avec $a < b$. La fonction prend en paramètres la fonction, les bornes de l'intervalle et le pas utilisé. La méthode utilisée est la méthode des rectangles.

Donner la valeur approchée de $I = \int_1^2 \frac{1}{t} dt$ obtenue avec un pas $h = 0.01$.

2. Ecrire une fonction **euler** qui calcule une solution approchée de la fonction y solution de l'équation différentielle $y' = 1/x$ sur l'intervalle $[1; 2]$, avec la condition initiale $y(1) = 0$. Le pas utilisé est $h = 0.01$

Donner la valeur approchée de $y(2)$ et comparer avec la valeur exacte et la valeur approchée de la question précédente.

3. Tracer la courbe représentant la solution approchée et la courbe représentant la solution exacte sur un même graphique.

Exercice 2

1. Ecrire une fonction qui calcule et renvoie une valeur approchée de l'intégrale $\int_0^x e^{-t^2} dt$ en utilisant la méthode des trapèzes avec un pas $h = 0.01$.

Donner une valeur approchée I de $\int_0^8 e^{-t^2} dt$.

2. Ecrire une fonction **euler** qui calcule une solution approchée de la fonction y solution de l'équation différentielle $y' = e^{-x^2}$ sur l'intervalle $[0; 8]$, avec la condition initiale $y(0) = 0$.

Utiliser pour approximation de la dérivée : $f'(x) \simeq \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$ soit le schéma :

$$y_{k+1} = y_k + hf(x + h/2).$$

Donner une valeur approchée de $y(8)$. Comparer avec I et $\sqrt{\pi}/2$.

3. Tracer la courbe obtenue.