Informatique en CPGE (2015-2016)
Devoir maison 2

Le devoir sera écrit dans un fichier dont le nom commencera par le nom de l'élève suivi de "dm2", par exemple "nom_dm2.py". Les textes qui ne font pas partie des programmes seront écrits entre des triples guillemets : """ texte """.

Le numéro de la question sera écrit en commentaire : # Question i.

Pour chaque question, les instructions ou les fonctions écrites devront être testées.

Le fichier sera envoyé par email à l'adresse infopsi@orange.fr.

Exercice 1

1. Ecrire une fonction **somme1(n)** qui prend en paramètre un entier naturel n strictement positif et renvoie la somme $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}$.

2. Ecrire une fonction **somme2(n)** qui prend en paramètre un entier naturel n strictement positif, utilise la fonction **somme1**, et renvoie la somme $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} - \ln n = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln n$.

   Vérifier que pour de grandes valeurs de n, $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} - \ln n \approx 0,577$.

   La limite est la constante d'Euler $\gamma \approx 0,5772156649$.

3. Ecrire une fonction **somme3(n)** qui prend en paramètre un entier naturel n strictement positif et renvoie la somme $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^{i-1}}{i} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$.

   Comparer cette somme à $\ln 2$ pour de grandes valeurs de n. (Convergence de la série alternée).

Exercice 2 Ecrire un programme permettant de résoudre le problème suivant :
Longest Collatz sequence (Project Euler : Problem 14)

The following iterative sequence is defined for the set of positive integers :
n $\rightarrow$ n/2   if n is even, et n $\rightarrow$ 3n + 1   if n is odd.

Using the rule above and starting with 13, we generate the following sequence :
13 $\rightarrow$ 40 $\rightarrow$ 20 $\rightarrow$ 10 $\rightarrow$ 5 $\rightarrow$ 16 $\rightarrow$ 8 $\rightarrow$ 4 $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ 1

It can be seen that this sequence (starting at 13 and finishing at 1) contains 10 terms. Although it has not been proved yet (Collatz Problem), it is thought that all starting numbers finish at 1.

Which starting number, under one million, produces the longest chain ?

NOTE : Once the chain starts the terms are allowed to go above one million.