Exercices fiabilité

Exercice 1

On a mesuré la durée de vie en heures de 60 appareils avant la première défaillance :

Intervalle de temps (h)	Nombre d'appareils défaillants dans l'intervalle
[0 ; 200[	8
[200 ; 400[	5
[400 ; 500[	3
[500 ; 600[	2
[600 ; 800[	1

Calculer $R(200)$ et$R(500)$.

Exercice 2

La durée de vie d'un équipement suit la loi exponentielle définie par : $R(t) = \mathrm{e}^{-0{,}00025t}$, (t en jours).

1. Déterminer la probabilité que cet équipement ait une durée de vie supérieure à 2500 jours.
2. Calculer la durée de vie moyenne.

Exercice 3

La durée de vie T d'un composant suit une loi exponentielle. Calculer la probabilité que T dépasse le double de son espérance.

Exercice 4

La variable aléatoire T qui associe à un composant tiré au hasard sa durée de vie exprimée en heures suit une loi exponentielle.

1. Calculer le taux d'avarie sachant que $P(T > 450) = 0,80$.
2. Calculer la MTBF de ce composant.
3. Calculer la valeur t_0 pour laquelle $P(T \leq t_0) = 0,5$.

Exercice 5

La durée de vie d'une ampoule suit la loi exponentielle définie par $R(t) = \mathrm{e}^{-0{,}0008t}$, t en heures.

1. Calculer $P(T > 1000)$.
2. Calculer la MTBF.
3. Déterminer la valeur de t_0 pour laquelle $P(T \leq t_0) = 0,5$.

Problème

Un technicien en maintenance est chargé d'étudier le cas d'une pièce. L'historique permet de connaître la durée de vie des pièces de ce type déjà utilisées. Elles sont consignées dans le tableau suivant :

N° d'ordre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Durée de vie (heures)	130	20	348	100	14	212	64	50	135	224	67

1. On note $R(t)$ la probabilité de survie du matériel à la date t. Dresser un tableau faisant apparaître les temps de bon fonctionnement classés dans l'ordre croissant, les valeurs de $F(t)$ par la méthode des rangs moyens, et les valeurs de $R(t)$.
2. On pose $y(t) = \ln(R(t))$, avec $R(t)$ en pourcentage. Placer les points de coordonnées $(t; y(t))$ dans un repère dont les unités sont en abscisses : 1 cm représente 25 heures ; en ordonnées : 10 cm représente $\ln 10$.
3. Justifier l'approche de $R(t)$ par une loi exponentielle.
4. Déterminer graphiquement la MTBF de la pièce. Montrer que l'on peut prendre pour valeur approchée du paramètre λ de la loi exponentielle la valeur $0,007$.
5. On envisage de placer deux pièces en parallèle, c'est-à-dire de telle sorte que le système fonctionne tant que l'une des deux pièces fonctionne. Etant donné qu'à l'instant t_0 la fiabilité d'une pièce est de 80 %, déterminer à cet instant celle du système ainsi formé si l'on admet que les deux pièces fonctionnent de manière indépendante.
6. Quelle aurait été la fiabilité à l'instant t_0 si, au lieu de placer les deux pièces en parallèle, on les avait placées en série, c'est-à-dire de telle sorte que le système soit défaillant dès que l'une des deux pièces casse ? (On admettra encore l'indépendance des deux pièces)